



Inove

CONSULTORIA ATUARIAL
& PREVIDENCIÁRIA

NOTA TÉCNICA ATUARIAL – NTA

ESTADO DO PARAÍBA

**Paraíba Previdência
PBPREV**

Número da Nota Técnica: 2021.000223.2

Nome do Atuário Responsável: Thiago Silveira – MIBA nº2756

Tipo de Agente Público: Civil

Tipo de Submassa: Fundo em Repartição

Data de Elaboração da NTA: 21/03/2021



SUMÁRIO

1.	OBJETIVO	3
2.	CONDIÇÕES DE ELEGIBILIDADE	3
3.	HIPÓTESES ATUARIAIS E PREMISSAS	5
3.1.	Tábuas Biométricas	5
3.2.	Alterações futuras no perfil e composição das massas	5
3.3.	Estimativa de remuneração e proventos	6
3.4.	Taxa de juros atuarial	6
3.5.	Entrada no mercado de trabalho e em aposentadoria	7
3.6.	Composição Familiar	7
3.7.	Fator de determinação - FDS e FDB.....	8
3.8.	Demais premissas e hipóteses	9
4.	CUSTEIO ADMINISTRATIVO	10
5.	FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS E METODOLOGIA DE CÁLCULO.....	10
5.1.	Expressões de cálculo dos benefícios previdenciários a conceder:	10
5.1.1.	Expressões de cálculo do valor atual das remunerações futuras:	13
5.1.2.	Expressões de cálculo das alíquotas de contribuição	14
5.1.3.	Provisões matemáticas de Benefícios a Conceder	16
5.2.	Expressões de cálculo dos benefícios previdenciários concedidos:	17
5.3.	Expressão de cálculo e metodologia da compensação financeira:	21
5.3.1.	Benefícios Concedidos	21
5.3.2.	Benefícios a Conceder.....	21
5.4.	Evolução das provisões matemáticas para os próximos 12 meses.....	22
5.5.	Projeções do quantitativo de segurados atuais e futuros.....	23
5.5.1.	Probabilidades fundamentais utilizadas para o cálculo de projeções	23
5.5.2.	Probabilidades absolutas	23
5.5.3.	Outras definições	24
5.5.4.	Projeção do quantitativo de servidores e de seus dependentes	24
5.5.5.	Projeção dos Ativos Atuais e dos demais grupos formados a partir deste	25
5.5.6.	Projeção dos Aposentados e Pensionistas Atuais e dos grupos formados a partir destes	27
5.6.	Expressões de cálculo e metodologia para fundos	28
6.	EXPRESSÕES DE CÁLCULO PARA O EQUACIONAMENTO DO DÉFICIT ATUARIAL.....	28
7.	PARÂMETROS DE SEGREGAÇÃO DE MASSAS.....	29
8.	Fundo de Custeio do Sistema de Proteção Social dos Militares - SPSM/PB	30
9.	EXPRESSÕES DE CÁLCULO DA CONSTRUÇÃO DA TÁBUA DE SERVIÇOS.....	30
10.	GLOSSÁRIO E SIMBOLOGIAS	32
11.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	34



1. OBJETIVO

Esta Nota Técnica Atuarial (NTA) tem por objetivo apresentar as premissas atuariais, financeiras e demográficas utilizadas, além dos regimes financeiros utilizados para a execução da Avaliação Atuarial do Sistema Previdenciário do Estado do PARAÍBA, bem como apresentar toda formulação matemática, e suas respectivas simbologias, utilizada para o cálculo dos encargos previdenciários. A presente NTA apresenta todos os elementos mínimos previstos no Anexo da Portaria MF nº 464 de 19 de novembro de 2018, além do Modelo Matemático para a Projeção de Massa dos servidores públicos (quantitativos, remunerações e benefícios) e das Referências Bibliográficas utilizadas.

2. CONDIÇÕES DE ELEGIBILIDADE

A seguir será exposto os critérios e formulações utilizados para a determinação das regras permanentes e de transição na elegibilidade dos benefícios previdenciários que são de responsabilidade do RPPS.

Tabela 1 - Regras de Aposentadorias

Benefícios	Condições/Carências	Cálculo
Aposentadorias com data de entrada no sistema anterior a 31/12/2003 (Data da EC 41/2003)		
Aposentadoria por Tempo de Contribuição e Idade	• Tempo de contribuição: 35 anos (homem) 30 anos (mulher) • Idade: 65 anos (homem) e 62 anos (mulher) • Tempo de serviço público: 20 anos • Tempo de carreira: 10 anos • Tempo de cargo efetivo: 5 anos	Valor do Benefício = remuneração no cargo efetivo
Aposentadoria do Professor	• Tempo de contribuição, como Professor: 30 anos (homem) e 25 anos (mulher) • Idade: 60 anos (homem) 57 anos (mulher) • Tempo de serviço público: 20 anos • Tempo de carreira: 10 anos • Tempo de cargo efetivo: 5 anos	
Aposentadoria por Invalidez	Estar incapacitado para o trabalho	
Aposentadorias com data de entrada no sistema a qualquer época (Regra Geral)		
Aposentadoria Compulsória	• Idade: 75 anos • Valor do Benefício: Média = TC/CP	Valor do Benefício = Média. X TC/CP



Benefícios	Condições/Carências	Cálculo		
Aposentadoria por Tempo de Contribuição e Idade	- Tempo de contribuição: 20 anos (homem e mulher) - Idade: 65 anos (homem) e 60 anos (mulher) - Tempo de serviço público: 10 anos - Tempo de cargo efetivo: 5 anos	Valor do Benefício = Média x (60% + 2% ao ano excedente a 20 anos de TC)		
Aposentadoria do Professor	- Tempo de contribuição como Professor: 30 anos (homem) e 25 anos (mulher) - Idade: 55 anos (homem) e 50 anos (mulher) - Tempo de serviço público: 10 anos - Tempo de cargo efetivo: 5 anos			
Aposentadoria por Invalidez	Estar com incapacidade física ou mental permanente que impossibilita o exercício de atividade profissional, sendo justificativa para a aposentadoria mediante laudo médico (inválido)			
1º Regra de Transição para Aposentadorias com data de entrada no sistema até 12/11/2019 (Data da EC 103/2019)				
Aposentadoria por Tempo de Contribuição e Idade	- Tempo de contribuição: 20 anos (homem e mulher) - Idade: 61 anos até 2021 e 62 anos após (homem) e 56 anos até 2021 e 57 anos após (mulher) - Tempo de serviço público: 10 anos - Tempo de cargo efetivo: 5 anos - Atingir os pontos (Idade + Tempo de Contribuição)	Valor do Benefício = Média x (60% + 2% ao ano excedente a 20 anos de TC)		
</				



Sendo:

- **Média**: Média de todas as remunerações desde julho de 1994 ou data de início das contribuições se posterior
- **TC**: Tempo de Contribuição na data de Aposentadoria
- **CP**: Coeficiente de Proporcionalidade, 35 anos, se homem e 30 anos, se mulher.

3. HIPÓTESES ATUARIAIS E PREMISSAS

Neste item serão apresentadas todas as hipóteses utilizadas na execução da Avaliação Atuarial. Essas hipóteses devem ser analisadas a cada ano para ajustá-las, se necessário, fazendo aderência à realidade daquele momento.

3.1. Tábuas Biométricas

As Tábuas Biométricas são tabelas estatísticas que determinam para cada idade, a probabilidade da ocorrência de algum evento específico, a saber: morte, sobrevivência, entrada em invalidez, morte de inválido ou rotatividade (*turnover*). A tabela 1 apresenta as Tábuas Biométricas utilizadas neste cálculo atuarial.

Tabela 2 - Tábuas Biométricas utilizadas em função do evento gerador

EVENTO GERADOR	TÁBUA
Mortalidade Geral	AT-2000 Homens/Mulheres
Sobrevivência	AT-2000 Homens/Mulheres
Entrada em Invalidez	ALVARO VINDAS
Mortalidade de Inválidos	MI-85

Não foi utilizada nenhuma tábua de morbidez, pois não se tem benefícios de auxílios. Dado que o § 2º do art. 9º da EC 103/2020 limita o rol de benefícios do RPPS às aposentadorias e à pensão por morte.

3.2. Alterações futuras no perfil e composição das massas

I. Rotatividade

Não foi considerada a hipótese de rotatividade.



II. Expectativa de Reposição de Servidores Ativos

A reposição de servidores ativos será considerada apenas para as projeções demográficas e financeiras, quando for necessário, não sendo considerada para o cálculo da Provisão Matemática de Benefícios a Conceder (PMBAC) e Custo Normal.

Para cada servidor ativo que se desligue dos fundos por aposentadoria, invalidez, morte, exoneração ou demissão, será adotada a hipótese de reposição deste, no fundo em capitalização, por outro com as mesmas características que o servidor que se desligou tinha no momento de sua admissão na administração pública (idade, sexo, tipo de vínculo empregatício, remuneração, composição familiar, etc.). Essa substituição será realizada enquanto durar o grupo de ativos atuais.

3.3. Estimativa de remuneração e proventos

A tabela a seguir apresenta as hipóteses atuariais de estimativa de remuneração e proventos utilizadas.

Tabela 3 - Hipóteses referentes a remuneração e proventos

HIPÓTESES ATUARIAIS	DESCRIÇÃO
Taxa Real do crescimento da remuneração ao longo da carreira (<i>cs</i>)	foi considerada a taxa real de crescimento do salário por mérito mínima de 1,00% ao ano , respeitando o mínimo estabelecido pela Portaria MF nº 464/2018.
Taxa Real do crescimento dos proventos (<i>cb</i>)	Considerou-se a taxa de crescimento real de benefícios de 0,00% ao ano .

3.4. Taxa de juros atuarial

Corresponde ao retorno esperado das aplicações financeiras de todos os ativos garantidores do RPPS no horizonte de longo prazo que assegure o equilíbrio financeiro e atuarial do Fundo Capitalizado, ou à taxa de juros parâmetro, conforme normas aplicáveis às avaliações atuariais dos RPPS.

Em conformidade com o art. 26 da Portaria MF nº 464, de 19 de novembro de 2018, a taxa de juros real a ser utilizada deverá ter, como limite máximo, o menor percentual entre a: rentabilidade futura dos investimentos prevista na política anual de investimentos



e a taxa de juros parâmetro cujo ponto da Estrutura a Termo de Taxa de Juros Média seja mais próximo à duração do passivo do RPPS.

Desta forma, conforme o disposto na Política de Investimentos do PBPREV, a taxa de juros utilizada como desconto financeiro foi de **5,47% ao ano**¹.

3.5. Entrada no mercado de trabalho e em aposentadoria

A tabela a seguir apresenta as hipóteses atuariais para estimativa de idade de entrada no mercado de trabalho e em aposentadoria programada utilizadas.

Tabela 4 - Hipóteses referentes a entrada no mercado de trabalho e aposentadoria

HIPÓTESES ATUARIAIS	DESCRIÇÃO
Idade estimada de ingresso ao mercado de trabalho	Caso a base de dados não contemple o tempo de serviço anterior dos servidores ativos, adotamos o mínimo entre a idade de admissão como efetivo no estado e 25 anos, para todos os servidores.
Idade estimada de entrada em aposentadoria programada	Para a hipótese em questão é calculado a elegibilidade do segurado ativo para um benefício programado, de acordo com as regras de elegibilidade vigentes, levando em consideração suas informações cadastrais, após as devidas correções.

3.6. Composição Familiar

Foram utilizadas as informações contidas na base de dados disponibilizada. Na ausência de informações com relação à composição do grupo familiar e estado civil do servidor ativo, adotar-se-á as seguintes hipóteses:

- **GRUPO FAMILIAR:** que o homem se casa, em média, com uma mulher 3 (três) anos mais nova do que ele sendo a recíproca também verdadeira, ou seja, que a mulher se casa, em média, com um homem 3 (três) anos mais velho. Além disso, considera-se que esse casal possui um filho 30 (trinta) anos mais novo que o homem ou 27 (anos) anos mais novo que a mulher. Na ausência de informações relativas aos filhos do servidor ativo, considerou-se a existência de um filho 30 (trinta) anos mais novo que o homem ou 27 (vinte e sete) anos mais novo que a mulher;

¹ Utilizou-se 5,47%, como a taxa real de juros para o Fundo Previdenciário Financeiro, de acordo com o art.27 da Portaria MF nº464/2018, e § 6º do art. 3º da Instrução Normativa SPREV nº2/2018.



- **ESTADO CIVIL:** probabilidade de o servidor ativo estar casado conforme experiência desta consultoria². A tabela a seguir apresenta essas probabilidades por idade.

Tabela 5 - Probabilidade de o servidor ativo estar casado para cada idade dos 25 aos 60 anos

IDADE	PROBABILIDADE DE ESTAR CASADO (π_x)	IDADE	PROBABILIDADE DE ESTAR CASADO (π_x)
25	11,7%	43	50,6%
26	20,9%	44	51,3%
27	26,2%	45	51,9%
28	30,0%	46	52,5%
29	33,0%	47	53,1%
30	35,4%	48	53,7%
31	37,4%	49	54,2%
32	39,2%	50	54,7%
33	40,7%	51	55,2%
34	42,1%	52	55,7%
35	43,4%	53	56,2%
36	44,5%	54	56,6%
37	45,6%	55	57,0%
38	46,5%	56	57,5%
39	47,5%	57	57,9%
40	48,3%	58	58,3%
41	49,1%	59	58,6%
42	49,9%	60	59,0%

3.7. Fator de determinação - FDS e FDB

O fator de determinação reflete a perda do poder aquisitivo em termos reais ocorrida nos salários ou benefícios, obtidos em função do nível de inflação estimada no longo prazo e da frequência de reajustes.

Dados os referidos efeitos da inflação, ocorrem perdas do poder de compra tanto das remunerações dos segurados ativos como dos benefícios dos aposentados e pensionistas, entre o período de um reajuste e outro. Com isso, a presente hipótese busca, desta forma, quantificar as perdas inflacionárias projetadas. A relação entre o nível de inflação e o fator de capacidade é inversamente proporcional, portanto, quanto maior o nível de inflação, menor o fator de capacidade.

² Para a construção dessa experiência foi utilizado um grande banco de dados com mais de 500.000 servidores ativos de diversos RPPS do Brasil (de Estados, Capitais, Municípios de grande, médio e pequeno porte). Para a construção dessa experiência foram selecionadas apenas as bases de dados com qualidade satisfatória nas informações prestadas.



Para a hipótese do fator de determinação das remunerações e dos benefícios, adota-se uma projeção de inflação, a qual será determinada pela aplicação da seguinte formulação:

$$FC = (1 + I_{12}) \times \frac{1 - (1 + I_{12})^{-n}}{n \times I_{12}}, \text{ sendo } I_{12} = \sqrt[n]{1 + I_a} - 1$$

Onde,

I_a : Corresponde à hipótese adotada de inflação anual;

I_{12} : Corresponde à inflação mensal calculada com base na hipótese;

n : Corresponde a 12 meses.

Desta forma, foi considerado a projeção de inflação de 0,00%, sendo o fator de determinação do valor real ao longo do tempo dos salários e benefícios considerados de **100,00%** (FDS e FDB, respectivamente).

3.8. Demais premissas e hipóteses

Tabela 6 - Demais premissas e hipóteses atuariais

HIPÓTESES ATUARIAIS	DESCRIÇÃO
Benefícios a conceder com base na média das remunerações ou com base na última remuneração	Para os benefícios a conceder será utilizado como base a última remuneração, para fins de conservadorismo e considerando que não se tem o histórico das remunerações dos servidores e não se sabe qual a média dessas remunerações. Ainda, será aplicado um percentual sobre a última remuneração para estimar o salário médio na data de concessão do benefício.
Estimativa do crescimento real do teto das faixas de contribuição	Não utilizaremos a estimativa de crescimento dessa hipótese, portando adota-se que o teto de cada faixa é corrigido apenas pela inflação.
Limitação dos salários e benefícios (<i>TetoCONS</i>)	Seguindo o disposto no Art. 37, XI, da Constituição Federal, limitou-se os salários e benefícios para o montante correspondente a 90,25% do subsídio mensal dos Ministros do Supremo Tribunal Federal, em qualquer momento da projeção de cada benefício e dos salários.



4. CUSTEIO ADMINISTRATIVO

Apesar de o artigo 15 da Portaria MPAS nº. 402, de 11/12/2008 e o art. 15º da Lei Estadual nº 7.517, de 30 de dezembro de 2003, constar que a taxa de administração não poderá exceder a dois pontos percentuais do valor total da remuneração, proventos e pensões dos segurados vinculados ao regime próprio de previdência social, relativamente ao exercício financeiro anterior, será considerado que a despesa administrativa será de 2% apenas sobre o total das remunerações dos servidores em atividade.

$$\text{taxa de administração} = 2\%$$

5. FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS E METODOLOGIA DE CÁLCULO

5.1. Expressões de cálculo dos benefícios previdenciários a conceder:

I. Aposentadoria de válidos (por idade, tempo de contribuição e compulsória) e sua reversão em pensão.

- a) Regime Financeiro: **Capitalização**
- b) Método de Financiamento: **Ortodoxo**
- c) Formulações para o cálculo do benefício inicial:

$$B_t = Sal_x \times (1 + cs)^t$$

- d) Formulações para o cálculo das provisões matemáticas e do custo normal:

$$rVPBF_x^{BaC-total} = 13 \times B_t \times r_{-x}p_x^{(t)} \times v^{r-x} \times (cb a_r + cb a_{r/x-k})$$

$$rVPBF_x^{BaC-tetoCONS} = 13 \times TetoCons \times r_{-x}p_x^{(t)} \times v^{r-x} \times (a_r + a_{r/x-k})$$

Para o cálculo da base de cálculo das contribuições futuras, foram consideradas as seguintes formulações:

$$rVPBF_x^{BaC-Faixa1} = \min(rVPBF_x^{BaC-total}, rVPBF_x^{BaC-tetoCONS}, 13 \times Faixa1 \times r_{-x}p_x^{(t)} \times v^{r-x} \times (a_r + a_{r/x-k}))$$

$$rVPBF_x^{liquido} = \min(rVPBF_x^{BaC-total}, rVPBF_x^{BaC-tetoCONS}) - (rVPBF_x^{BaC-Faixa1} \times Aliq_{AposFaixa})$$



Sendo:

$${}^{cb}a_r = \sum_{j=1}^{\omega} {}_jp_{r+\theta} \times v^j \times (1+cb)^j$$

$$a_r = \sum_{j=1}^{\omega} {}_jp_{r+\theta} \times v^j$$

$${}^{cb}a_{r/x-k} = \sum_{j=1}^{\omega} [{}_jp_{(x-k)+\theta} - ({}_jp_{r+\theta} \times {}_jp_{(x-k)+\theta})] \times v^j \times \pi \times (1+cb)^j$$

$$a_{r/x-k} = \sum_{j=1}^{\omega} [{}_jp_{(x-k)+\theta} - ({}_jp_{r+\theta} \times {}_jp_{(x-k)+\theta})] \times v^j \times \pi$$

Onde:

r= idade estimada de entrada em aposentadoria programada;

x= idade atual do servidor;

B_t= valor do benefício projetado para a idade de aposentadoria;

r-xp_x^(t) = probabilidade de um indivíduo admitido com idade ***x*** chegar vivo na idade de aposentadoria ***r***, em um ambiente multidecremental.;

v^{r-x} = fator de desconto financeiro da idade ***x*** até a idade de aposentadoria ***r***;

π = probabilidade de a pensão ser concedida ao cônjuge de idade ***x - k***.

Faixa₁= limite superior da faixa de contribuição correspondente;

Aliq_{aposFaixa}= alíquota, referente aos aposentados, a ser aplicada na faixa de contribuição definida em lei; e

tetoCons = teto remuneratório constitucional.

II. **Benefício a conceder de aposentadoria por invalidez e sua reversão em pensão:**

No cálculo deste benefício foram considerados os seguintes critérios:

- Regime Financeiro: **Capitalização**
- Método de Financiamento: **Ortodoxo**
- Formulações para o cálculo do benefício inicial:

$$B_{\theta} = Sal_x \times (1 + cs)^{(\theta-1)}$$

- Formulações para o cálculo do custo normal, em valores:

No cálculo deste benefício foram considerados os seguintes critérios:

- Para servidores com cônjuge de idade ***x - k***, a metodologia utilizada foi:



$${}^iVPBF_x^{BaC-total} = 13 \times \left[\sum_{\theta=0}^{r-x-1} B_{\theta} \times {}_{\theta}p_x^{(t)} \times i'_{x+\theta} \times v^{\theta+1} \times \left({}^{cb}a_{x+\theta}^i + {}^{cb}a_{x+\theta}^{i/(x-k)+\theta} \right) \right]$$

$${}^iVPBF_x^{BaC-teto} = 13 \times \left[\sum_{\theta=0}^{r-x-1} TetoCons \times {}_{\theta}p_x^{(t)} \times i'_{x+\theta} \times v^{\theta+1} \times \left(a_{x+\theta}^i + a_{x+\theta}^{i/(x-k)+\theta} \right) \right]$$

Para o cálculo da base de cálculo das contribuições futuras, foram consideradas as seguintes formulações:

$${}^iVPBF_x^{BaC-Faixa1} = \min \left({}^iVPBF_x^{BaC-total}, {}^iVPBF_x^{BaC-tetoCONS}, \sum_{\theta=0}^{r-x-1} Faixa1 \times {}_{\theta}p_x^{(t)} \times i'_{x+\theta} \times v^{\theta+1} \times \left(a_{x+\theta}^i + a_{x+\theta}^{i/(x-k)+\theta} \right) \right)$$

$${}^iVPBF_x^{liquido} = \min({}^iVPBF_x^{BaC-total}, {}^iVPBF_x^{BaC-tetoCONS}) - ({}^iVPBF_x^{BaC-Faixa1} \times Aliq_{AposFaixa})$$

Sendo:

$${}^{cb}a_{x+\theta}^i = \sum_{j=1}^{\omega} {}_jp_{x+\theta} \times v^j \times (1+cb)^j$$

$$a_{x+\theta}^i = \sum_{j=1}^{\omega} {}_jp_{x+\theta} \times v^j$$

$${}^{cb}a_{x+\theta}^{i/(x-k)+\theta} = \sum_{j=1}^{\omega} [{}_jp_{(x-k)+\theta} - ({}_jp_{x+\theta}^i \times {}_jp_{(x-k)+\theta})] \times v^j \times \pi_{r+\theta+j} \times (1+cb)^j$$

$$a_{x+\theta}^{i/(x-k)+\theta} = \sum_{j=1}^{\omega} [{}_jp_{(x-k)+\theta} - ({}_jp_{x+\theta}^i \times {}_jp_{(x-k)+\theta})] \times v^j \times \pi_{r+\theta+j}$$

III. Benefício a conceder de pensão por morte de servidor em atividade:

No cálculo deste benefício foram considerados os seguintes critérios:

- Regime Financeiro: **Capitalização**
- Método de Financiamento: **Ortodoxo**
- Formulações para o cálculo do benefício inicial:

$$B_{\theta} = Sal_x \times (1+cs)^{(\theta-1)}$$

- Formulações para o cálculo do custo normal:

- Para servidores com cônjuge de idade $x - k$, a metodologia utilizada foi:



$$pVPBF_x^{BaC-total} = 13 \times \sum_{\theta=0}^{r-x-1} B_{\theta} \times {}_{\theta}p_x^{(t)} \times q_{x+\theta}^{(m)} \times v^{\theta+1} \times {}^{cb}a_{(x-k)+\theta} \times \pi$$

$$pVPBF_x^{BaC-tetoCONS} = 13 \times \sum_{\theta=0}^{r-x-1} TetoCons \times {}_{\theta}p_x^{(t)} \times q_{x+\theta}^{(m)} \times v^{\theta+1} \times a_{(x-k)+\theta} \times \pi$$

Para o cálculo da base de cálculo das contribuições futuras, foram consideradas as seguintes formulações:

$$pVPBF_x^{BaC-Faixa1} = \min \left(pVPBF_x^{BaC-total} ; pVPBF_x^{BaC-tetoCONS} ; 13 \times \sum_{\theta=0}^{r-x-1} Faixa_1 \times {}_{\theta}p_x^{(t)} \times q_{x+\theta}^{(m)} \times v^{\theta+1} \times a_{(x-k)+\theta} \times \pi \right)$$

$$pVPBF_x^{liquido} = \min(pVPBF_x^{BaC-total}, pVPBF_x^{BaC-tetoCONS}) - (pVPBF_x^{BaC-Faixa1} \times Aliq_{pensFaixa})$$

Sendo:

$${}^{cb}a_{x-k} = \sum_{j=1}^{\omega} j p_{(x-k)+\theta} \times v^j \times (1 + cb)^j$$

$$a_{x-k} = \sum_{j=1}^{\omega} j p_{(x-k)+\theta} \times v^j$$

Onde:

$q_{x+\theta}^{(m)}$ = probabilidade de um servidor ativo de idade x falecer em antes de atingir a idade $x + 1$, em um ambiente multidecremental;
Faixa₁ = limite superior da faixa de contribuição correspondente;
Aliq_{pensFaixa} = alíquota, referente aos pensionistas, a ser aplicada na faixa de contribuição definida em lei.

5.1.1. Expressões de cálculo do valor atual das remunerações futuras:

No cálculo foi utilizada as seguintes fórmulas:

$$VPSF_x^{TOTAL} = 13 \times Sal_x \times {}^{cs}a_{x:r-x|}^{(t)} \times FDS$$

$$VPSF_x^{TetoCons} = 13 \times TetoCons \times a_{x:r-x|}^{(t)} \times FDS$$

$$VPSF_x = \min(VPSF_x^{TOTAL}, VPSF_x^{TetoCons})$$



Sendo:

$$cs a_{x:r-x|}^{(t)} = \sum_{j=1}^{r-x} {}_j p_x^{(t)} \times v^j \times (1 + cs)^j$$

$$a_{x:r-x|}^{(t)} = \sum_{j=1}^{r-x} {}_j p_x^{(t)} \times v^j$$

I. Cálculo do VABF Líquido Total.

$$totalVPBF_x^{liquido} = \sum_{\theta=1}^n rVPBF_{\theta}^{liquido} + \sum_{\theta=1}^n iVPBF_{\theta}^{liquido} + \sum_{\theta=1}^n pVPBF_{\theta}^{liquido}$$

Onde:

n = quantidade de servidores expostos ao risco de aposentadoria, invalidez e morte.

5.1.2. Expressões de cálculo das alíquotas de contribuição

I. Cálculo das alíquotas médias de contribuição

$Aliq_{Serv}$ = Aliquota aplicada aos servidores em atividades definida em lei

$Aliq_{Patr}$ = Aliquota patronal definida em lei

$Aliq_{Total}$ = $Aliq_{Patr}$ + $Aliq_{Serv}$ – taxa de administração

Onde:

n = quantidade de servidores expostos ao risco de aposentadoria, invalidez e morte.

II. Aposentadoria de válidos (por idade, tempo de contribuição e compulsória) e sua reversão em pensão.

$${}^rCN_{\%} = Aliq_{Total} \times \frac{\sum_{j=1}^n {}^rVPBF_j^{liquido}}{totalVPBF_x^{liquido}}$$

$${}^rCN_{\$} = {}^rCN_{\%} \times 13 \times Sal_x$$



III. Benefício a conceder de aposentadoria por invalidez e sua reversão em pensão:

$$iCN_{\%} = Aliq_{Total} \times \frac{\sum_{j=1}^n iVPBF_j^{liquido}}{totalVPBF_x^{liquido}}$$

$$iCN_{\$} = iCN_{\%} \times 13 \times Sal_x$$

IV. Benefício a conceder de pensão por morte de servidor em atividade:

$$pCN_{\%} = Aliq_{Total} \times \frac{\sum_{j=1}^n pVPBF_j^{liquido}}{totalVPBF_x^{liquido}}$$

$$pCN_{\$} = pCN_{\%} \times 13 \times Sal_x$$

No cálculo foi utilizada a seguinte fórmula:

$$TCN_{\%} = rCN_{\%} + iCN_{\%} + pCN_{\%}$$

$$TCN_{\$} = TCN_{\%} \times 13 \times Sal_x$$

V. Alíquota normal do ente

$$enteCN_{\%} = TCN_{\%} - Aliq_{Serv}$$

$$enteCN_{\$} = enteCN_{\%} \times 13 \times Sal_x$$

VI. Alíquota normal do servidor

A alíquota normal do servidor será aquela definida na legislação do ente público.

$$servCN_{\$} = Aliq_{Serv} \times 13 \times Sal_x$$

VII. Alíquota normal do aposentado e pensionista

A alíquota normal do aposentado e pensionista será aquela definida na legislação do ente público.



5.1.3. Provisões matemáticas de Benefícios a Conceder

Para o cálculo dessas Provisões Matemáticas foi utilizado o método chamado prospectivo³, que equivale à diferença entre o Valor Presente dos Benefícios Futuros ($VPBF$) e o Valor Presente das Contribuições Futuras ($VPCF$). Para tanto foram utilizadas as seguintes fórmulas:

VIII. Aposentadoria de válidos (por idade, tempo de contribuição e compulsória) e sua reversão em pensão.

$$rPMBaC_x = \left(13 \times \sum_{j=1}^n rVPBF_j^{liquido} \right) - (rVPCF_{ativos} + rVPCF_{ente})$$

Sendo:

$$rVPCF_{ativos} = VPSF_x \times rCN_{\%} \times \frac{servCN_{\%}}{TCN_{\%}}$$

$$rVPCF_{ente} = VPSF_x \times rCN_{\%} \times \frac{enteCN_{\%}}{TCN_{\%}}$$

IX. Benefício a conceder de aposentadoria por invalidez e sua reversão em pensão:

$$invPMBaC_x = \left(13 \times \sum_{j=1}^n invVPBF_j^{liquido} \right) - (invVPCF_{ativos} + invVPCF_{ente})$$

Sendo:

$$invVPCF_{ativos} = VPSF_x \times iCN_{\%} \times \frac{servCN_{\%}}{TCN_{\%}}$$

$$invVPCF_{ente} = VPSF_x \times iCN_{\%} \times \frac{enteCN_{\%}}{TCN_{\%}}$$

³ Ver Ferreira (1985, vol IV, pp. 355-62).



X. Benefício a conceder de pensão por morte de servidor em atividade:

$$pensPMBaC_x = \left(13 \times \sum_{j=1}^n pensVPBF_j^{liquido} \right) - (pensVPCF_{ativos} + pensVPCF_{ente})$$

Sendo:

$$pensVPCF_{ativos} = VPSF_x \times pCN_{\%} \times \frac{servCN_{\%}}{TCN_{\%}}$$

$$pensVPCF_{ente} = VPSF_x \times pCN_{\%} \times \frac{enteCN_{\%}}{TCN_{\%}}$$

5.2. Expressões de cálculo dos benefícios previdenciários concedidos:

III. Benefícios concedidos de aposentadoria de válidos (por idade, tempo de contribuição e compulsória) e sua reversão em pensão:

a) Regime financeiro: **Capitalização**

Para o cálculo do Valor Presente dos Benefícios Futuros de aposentadoria de válidos reversível aos dependentes, as fórmulas utilizadas foram:

$$aposVPBF_x^{BC-total} = 13 \times B_x \times (cb a_x + cb a_{x/k})$$

$$aposVPBF_x^{BC-tetoCONS} = 13 \times TetoCONS \times (a_x + a_{x/k})$$

Para o cálculo da base de cálculo das contribuições futuras, foram consideradas as seguintes formulações:

$$aposVPBF_x^{BC-Faixa1} = \min \left(aposVPBF_x^{BC-total} ; aposVPBF_x^{BC-tetoCONS} ; 13 \times Faixa_1 \times (a_r + a_{x/k}) \right)$$

Sendo:

$$cb a_x = \sum_{j=1}^{\omega} j p_{x+\theta} \times v^j \times (1 + cb)^j$$

$$a_x = \sum_{j=1}^{\omega} j p_{x+\theta} \times v^j$$

$$cb a_{x/k} = \sum_{j=1}^{\omega} [j p_{(x-k)+\theta} - (j p_{x+\theta} \times j p_{(x-k)+\theta})] \times v^j \times \pi \times (1 + cb)^j$$

$$a_{x/k} = \sum_{j=1}^{\omega} [j p_{(x-k)+\theta} - (j p_{x+\theta} \times j p_{(x-k)+\theta})] \times v^j \times \pi$$



Onde:

x = idade atual do servidor aposentado;

B_x = valor do benefício na idade x ;

$Faixa_1$ = limite superior da faixa de contribuição correspondente;

$Aliq_{AposFaixa}$ = alíquota, referente aos aposentados, a ser aplicada na faixa de contribuição definida em lei.

A expressão de cálculo da Provisão Matemática dos Benefícios Concedidos, referente às aposentadorias de válidos utilizado no cálculo foi a seguinte:

$$aposPMBC_x = \min(aposVPBF_x^{BC-total}, aposVPBF_x^{BC-tetoCONS}) - aposVPCF_x$$

Sendo:

$$aposVPCF_x = [\min(aposVPBF_x^{BC-total}, aposVPBF_x^{BC-tetoCONS}) - aposVPBF_x^{BC-Faixa1}] \times Aliq_{AposFaixa}$$

IV. Benefícios concedidos de aposentadoria por invalidez e sua reversão em pensão:

a) Regime financeiro: **Capitalização**

Para o cálculo do Valor Presente dos Benefícios Futuros de aposentadoria por invalidez reversível aos dependentes, as fórmulas utilizadas foram:

$$invVPBF_x^{BC-total} = 13 \times B_x \times \left(cb a_x^i + cb a_{x^i/x-k} \right)$$

$$invVPBF_x^{BC-tetoCONS} = 13 \times TetoCons \times \left(a_x^i + a_{x^i/x-k} \right)$$

Para o cálculo da base de cálculo das contribuições futuras, foram consideradas as seguintes formulações:

$$invVPBF_x^{BC-Faixa1} = invVPBF_x^{BC-total} - \min \left(invVPBF_x^{BC-total}, invVPBF_x^{BC-tetoCONS}, 13 \times Faixa_1 \times \left(a_x^i + a_{x^i/x-k} \right) \right)$$

Sendo:

$$cb a_x^i = \sum_{j=1}^{\omega} j p_x^i \times v^j \times (1 + cb)^j$$

$$a_x^i = \sum_{j=1}^{\omega} j p_x^i \times v^j$$



$${}^{cb}a_{x^i/x-k} = \sum_{j=1}^{\omega} [{}_jp_{(x-k)} - ({}_jp_x^i \times {}_jp_{(x-k)})] \times v^j \times \pi \times (1 + cb)^j$$

$$a_{x^i/x-k} = \sum_{j=1}^{\omega} [{}_jp_{(x-k)} - ({}_jp_{x+\theta}^i \times {}_jp_{(x-k)})] \times v^j \times \pi$$

Onde:

x = idade atual do servidor aposentado por invalidez;

B_x = valor do benefício na idade x ;

$Faixa_1$ = limite superior da faixa de contribuição correspondente;

$Aliq_{AposFaixa}$ = alíquota, referente aos aposentados, a ser aplicada na faixa de contribuição definida em lei.

A expressão de cálculo da Provisão Matemática dos Benefícios Concedidos, referente às aposentadorias de inválidos utilizado no cálculo foi a seguinte:

$${}^{inv}PMBC_x = \min({}^{inv}VPBF_x^{BC-total}, {}^{inv}VPBF_x^{BC-tetoCONS}) - {}^{inv}VPCF_x$$

Sendo:

$${}^{inv}VPCF_x = [\min({}^{inv}VPBF_x^{BC-total}, {}^{inv}VPBF_x^{BC-tetoCONS}) - {}^{inv}VPBF_x^{BC-Faixa1}] \times Aliq_{AposFaixa}$$

V. Benefícios concedidos de pensão por morte:

a) Regime financeiro: **Capitalização**

Para o cálculo do Valor Presente dos Benefícios Futuros da pensão por morte, foram considerados os seguintes critérios:

- Nos casos em que a pensão foi concedida ao cônjuge de idade x e ao filho com idade z inferior a 21 anos, a fórmula utilizada foi:

$${}^{cb}FATOR = {}^{cb}a_{\overline{21-z}|} + {}_{21-z}{}^{cb}a_x$$

$$FATOR = a_{\overline{21-z}|} + {}_{21-z}a_x$$

- Nos casos em que a pensão foi concedida apenas ao cônjuge de idade $x - k$, utilizou-se a seguinte fórmula:



$${}^{cb}FATOR = {}^{cb}a_{x-k}$$

$$FATOR = a_{x-k}$$

- Nos casos em que a pensão é concedida apenas ao filho com idade z inferior a 21 anos, utilizou-se a seguinte fórmula:

$${}^{cb}FATOR = {}^{cb}a_{\overline{21-z}|}$$

$$FATOR = a_{\overline{21-z}|}$$

Para o cálculo da base de cálculo das contribuições futuras, foram consideradas as seguintes formulações:

$$pensVPBF_x^{BC-total} = 13 \times B_x \times {}^{cb}FATOR$$

$$pensVPBF_x^{BC-tetoCONS} = 13 \times TetoCons \times FATOR$$

$$pensVPBF_x^{BC-Faixa1} = \min(pensVPBF_x^{BC-total} ; pensVPBF_x^{BC-tetoCONS} ; 13 \times Faixa_1 \times FATOR)$$

Sendo:

$${}^{cb}a_{\overline{21-z}|} = \sum_{j=1}^{21-z} v^j \times (1 + cb)^j$$

$$a_{\overline{21-z}|} = \sum_{j=1}^{21-z} v^j$$

$${}^{cb}a_{x-k} = \sum_{j=1}^{\omega} {}_j p_{(x-k)} \times v^j \times (1 + cb)^j$$

$$a_{x-k} = \sum_{j=1}^{\omega} {}_j p_{(x-k)} \times v^j$$

Onde:

x = idade atual do pensionista cônjuge;

x = idade atual do filho;

B_x = valor atual do benefício;

$Faixa_1$ = limite superior da faixa de contribuição correspondente;

$AliqpensFaixa$ = alíquota, referente aos aposentados, a ser aplicada na faixa de contribuição definida em lei.

A expressão de cálculo da Provisão Matemática dos Benefícios Concedidos, referente às pensões por morte utilizado no cálculo foi a seguinte:



$$pensPMBC_x = \min(pensVPBF_x^{BC-total}, pensVPBF_x^{BC-tetoCONS}) - pensVPCF_x$$

Sendo:

$$pensVPCF_x = [\min(pensVPBF_x^{BC-total}, pensVPBF_x^{BC-tetoCONS}) - pensVPBF_x^{BC-Faixa1}] \times Aliq_{AposFaixa}$$

5.3. Expressão de cálculo e metodologia da compensação financeira:

I. Compensação financeira dos benefícios concedidos a receber

A estimativa de Compensação Previdenciária poderá ser considerada como Ativo do Plano caso o RPPS possua convênio ou acordo de cooperação técnica em vigor para operacionalização da compensação previdenciária com os regimes de origem.

Como não consta da base cadastral os valores das remunerações de cada servidor no período a compensar com o regime previdenciário de origem, o cálculo do valor individual a receber é realizado com base no valor médio per capita dos requerimentos já deferidos, vigentes na data-base da avaliação, conforme a fórmula a seguir:

5.3.1. Benefícios Concedidos

$${}^{BC}VPComprevF = VPBF \times \frac{\text{Rec. COMPREV}}{\text{Folha benef}}$$

Onde:

VPBF = Valor Presente dos Benefícios Futuros dos atuais aposentados e pensionistas.

Rec. COMPREV = Receita de Compensação Previdenciária referente ao exercício anterior ao da realização desta avaliação atuarial.

Folha benef = Valor da folha de proventos de aposentadoria e pensão referente ao exercício anterior ao da realização da avaliação atuarial.

5.3.2. Benefícios a Conceder

$${}^{BaC}VPComprevF = \sum_t^n rVPBF_{x(t)} \times \frac{\text{Ben. Med. RGPS}}{\text{Sal}_t} \times \frac{TcRGPS_t}{TcRGPS_t + TcRPPS_t}$$



Onde:

$rVPBF_{x(t)}$ = Valor Presente dos Benefícios Futuros referente às aposentadorias programadas futuras do servidor "t"

Ben. Med. RGPS = Valor médio per capita dos benefícios pagos pelo Regime Geral de Previdência Social

Sal_t = Salário Mensal do servidor "t"

TcRGPS_t = Tempo de contribuição do servidor "t" ao Regime Geral de Previdência Social

TcRPPS_t = Tempo de contribuição do servidor "t" ao Regime Próprio de Previdência Social – RPPS do ente federativo.

Observação: A fração $\frac{Ben.Med.RGPS}{Sal_t}$ é limitada a 1.

5.4. Evolução das provisões matemáticas para os próximos 12 meses

Será feito uma avaliação atuarial projetada para 12 meses para efetuar uma interpolação linear, conforme fórmula abaixo, de modo a permitir a contabilização mensal. "V" é o valor a ser trabalhado e *k* é o mês (0 é a avaliação atual e 12 a avaliação projetada).

$$V_k = V_0 + \frac{V_{12} - V_0}{12} \times k$$

Note que o décimo segundo mês será substituído pela próxima avaliação atuarial, servindo apenas de base de cálculo para a estimativa das provisões mensais.



5.5. Projeções do quantitativo de segurados atuais e futuros

O Modelo da Projeção de Massa estima o quantitativo de servidores ativos, aposentados e dos pensionistas atuais e futuros em cada ano, bem como suas respectivas remunerações e benefícios.

Entretanto, não basta saber quais os valores de despesas ou contribuições que ocorrerão futuramente, são fundamentais para garantir que os valores das contribuições futuras sejam suficientes para garantir os futuros benefícios dos servidores atuais e futuros, além dos benefícios de seus respectivos dependentes.

Além disso, é importante definir um percentual de contribuição que não sofra grandes oscilações ao longo do tempo e que garanta o Equilíbrio Financeiro e Atuarial do plano previdenciário.

5.5.1. Probabilidades fundamentais utilizadas para o cálculo de projeções

Foram utilizadas as seguintes probabilidades fundamentais nas projeções atuariais:

- q_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x falecer em antes de atingir a idade $x + 1$;
- q_x^i = probabilidade de um servidor inválido de idade x falecer antes de atingir a idade $x + 1$;
- w_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x ser exonerado antes de atingir a idade $x + 1$;
- i_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x tornar-se inválido antes de atingir a idade $x + 1$;
- r_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x aposentar-se por idade, tempo de contribuição ou compulsória, antes de atingir a idade $x + 1$;

5.5.2. Probabilidades absolutas

As probabilidades fundamentais são as bases para a determinação das probabilidades absolutas. Enquanto as probabilidades fundamentais consideram os eventos de forma isolada, as probabilidades absolutas consideram as interações existentes entre os eventos, ou seja, em um ambiente multidecremental. Foram utilizadas as seguintes probabilidades absolutas nas projeções atuariais:



- $q_x^{(m)}$ = probabilidade de um servidor ativo de idade x falecer em antes de atingir a idade $x + 1$, em um ambiente multidecremental;
- w'_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x ser exonerado antes de atingir a idade $x + 1$, em um ambiente multidecremental;
- i'_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x tornar-se inválido antes de atingir a idade $x + 1$, em um ambiente multidecremental;
- r'_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x aposentar-se por idade, tempo de contribuição ou compulsória, antes de atingir a idade $x + 1$;
- $q_x^{(t)}$ = probabilidade de um servidor de idade x se desligar do grupo de servidores ativos em virtude de morte em atividade, exoneração, invalidez ou aposentadoria;

5.5.3. Outras definições

As definições abaixo serão utilizadas nas fórmulas descritas a seguir:

- x = idade atual do servidor;
- π_x = probabilidade de um servidor de idade x estar casado;
- k = diferença etária entre o servidor e seu cônjuge;
- y = idade de admissão;
- cs = crescimento real anual de salário; e
- cb = crescimento real anual de benefício;

5.5.4. Projeção do quantitativo de servidores e de seus dependentes

I. Ativos Atuais

Aos ativos atuais, foram aplicados os fatores de decremento $q_x^{(t)}$ até a extinção do grupo. Através da aplicação dos fatores r'_x , $q_x^{(m)}$, i'_x o grupo de ativos atuais gerou os seguintes subgrupos:

- Novos aposentados dos ativos atuais;
- Novos pensionistas dos ativos atuais; e
- Novos inválidos dos ativos atuais.

Aplicando-se os fatores q_x e q_x^i aos grupos de aposentados dos ativos atuais e inválidos dos ativos atuais respectivamente, novos grupos de pensionistas são gerados.



II. Aposentados Atuais

Aos aposentados atuais, foi aplicado o fator de decremento q_x até que este grupo se extinguisse, gerando os novos pensionistas dos aposentados atuais.

Aos pensionistas atuais foi aplicado o fator de decremento q_x até que este grupo se extinguisse.

5.5.5. Projeção dos Ativos Atuais e dos demais grupos formados a partir deste

I. Projeção dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de servidores ativos em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($NumAt$):

$$NumAt(x + 1; t + 1) = NumAt(x; t) \times (1 - q_x^{(t)})$$

- Soma de Salários de Ativos em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($SalAt$):

$$SalAt(x + 1; t + 1) = NumAt(x + 1; t + 1) \times SalAt(x; t) \times (1 + cs)$$

II. Projeção dos Pensionistas dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Ativos em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($NumPens$):

$$NumPens(x - k + 1; t + 1) = NumPens(x - k + 1; t) \times (1 - q_{x-k}) + NumAt(x; t) \times q_x^{(m)} \times \pi_x$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Ativos Atuais em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($BenPen$):

$$BenPen(x - k + 1; t + 1) = BenPen(x - k; t) \times p_{x-k} \times (1 + cb) + NumAt(x; t) \times q_x^{(m)} \times \pi_x \times SalAt(x + 1; t + 1)$$

III. Projeção dos Inválidos dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Inválidos em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($NumInv$):

$$NumInv(x + 1; t + 1) = NumInv(x; t) \times p_x^i + NumAti(x; t) \times i_x'$$



- Soma de benefícios de inválidos em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($BenInv$):

$$BenInv(x + 1; t + 1) = NumAti(x; t) \times [SalAti(x; t) * (1 + cs) \times i'_x] + BenInv(x; t) \times p_x^i \times (1 + cb)$$

IV. Projeção dos Pensionistas dos Inválidos dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Inválidos em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($NumPenInv$):

$$NumPenInv(x - k + 1; t + 1) = NumPenInv(x - k; t) \times p_{x-k} + NumInv(x; t) \times q_x^i \times \pi_x$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Inválidos dos Ativos Atuais em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($BenPenInv$):

$$BenPenInv(x - k + 1; t + 1) = BenPenInv(x - k; t) \times p_{x-k} \times (1 + cb) + NumInv(x; t) \times q_x^i \times \pi_x \times BenInv(x; t)$$

V. Projeção dos Aposentados dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Aposentados dos Ativos Atuais em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($NumApos$):

$$NumApos(x + 1; t + 1) = NumAti(x; t) \times p_x + NumAti(x; t) \times r_x$$

- Soma de Benefícios de Aposentados em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($BenApos$):

$$BenApos(x + 1; t + 1) = NumAti(x; t) \times r_x \times [SalAti(x; t) * (1 + cs)] + BenApos(x; t) \times p_x \times (1 + cb)$$

VI. Projeção dos Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($NumPenApos$):

$$NumPenApos(x - k + 1; t + 1) = NumPenApos(x - k; t) \times p_{x-k} + NumApos(x; t) \times q_x \times \pi_x$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($BenPenApos$):

$$BenPenApos(x - k + 1; t + 1) = BenPenApos(x - k; t) \times p_{x-k} \times (1 + cb) + BenApos(x; t) \times q_x \times \pi_x$$



5.5.6. Projeção dos Aposentados e Pensionistas Atuais e dos grupos formados a partir destes

I. Projeção dos Pensionistas Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de pensionistas Atuais em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($NumPensAt$):

$$NumPensAt(x + 1; t + 1) = NumPensAt(x; t) \times p_{x-k}$$

- Soma de Benefícios dos Pensionistas Atuais em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($BenPenAt$):

$$BenPenAt(x + 1; t + 1) = SomBenPens(x; t) \times p_x \times (1 + cb)$$

II. Projeção dos Aposentados Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Aposentados Atuais em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($NumAposAt$):

$$NumAposAt(x + 1; t + 1) = BenApos(x; t) \times p_x$$

- Soma de Benefícios dos Aposentados Atuais em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($BenAposAt$):

$$BenAposAt(x + 1; t + 1) = BenApos(x; t) \times p_x \times (1 + cb)$$

III. Projeção dos Pensionistas dos Aposentados Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de pensionistas dos Aposentados atuais em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($NumPenAposAt$):

$$NumPenAposAt(x - k + 1; t + 1) = NumPenAposAt(x - k; t) \times p_{x-k} + NumAposAt(x; t) \times q_x \times \pi_x$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($BenPenAposAt$):

$$BenPenAposAt(x - k + 1; t + 1) = BenPenAposAt(x - k; t) \times p_{x-k} \times (1 + cb) + BenAposAt(x; t) \times q_x \times \pi_x$$



Após a realização dos cálculos para cada um dos participantes, estes resultados são agrupados em função das projeções anuais e consolidados conforme os itens anteriormente descritos.

5.6. Expressões de cálculo e metodologia para fundos

I. Fundo garantidor de benefícios estruturados em regime de repartição de capitais de cobertura – (FGB-RCC)

Não há benefícios estruturados em regime de repartição de capitais de cobertura.

II. Fundo para oscilação de riscos dos benefícios estruturados em repartição de capitais de cobertura

Não há constituição de fundo de oscilação de riscos.

III. Fundo para oscilação de riscos dos benefícios estruturados em regime de capitalização

Não há constituição de fundo de oscilação de riscos.

6. EXPRESSÕES DE CÁLCULO PARA O EQUACIONAMENTO DO DÉFICIT ATUARIAL

O Passivo Atuarial Infundado (*PAI*) em um ano *t* corresponde à diferença entre o Passivo Atuarial e os Ativos Financeiros do plano previdenciário, ou seja:

$$PAI_t = PA_t - \text{Ativos Financeiros}_t$$

A Instrução Normativa SPREV nº 7, de 21 de dezembro de 2018, em concordância com a Portaria MF nº 464, de 2018, estabelece que o plano de amortização deverá obedecer a um dos prazos máximos estabelecidos, sendo assim o Passivo Atuarial Infundado deve ser amortizado em um prazo de 35 anos, contados a partir do primeiro plano de amortização implementado pelo ente federativo após a publicação da Instrução Normativa. Desta forma o custo previdenciário será composto pelo Custo Normal e o Custo Suplementar (CS) resultado da amortização do PAI. Assim temos:



$$CS_{\$} = \frac{PAI}{a_{\overline{35}|i}}$$

O Custo Suplementar definido como percentual da folha de salários é representado pela seguinte fórmula:

$$CS_{\%} = \frac{CS_{\$}}{13 * Sal_{total}}$$

Ainda, poderá estruturar o plano de amortização através de alíquotas ou aportes crescentes. Nesta metodologia, o financiamento do Déficit Atuarial será elaborado através de um financiamento crescente. O Saldo Inicial a ser financiado equivale ao Déficit Atuarial identificado no Cálculo Atuarial. O Pagamento a cada ano equivale a multiplicação da Alíquota Suplementar indicada para aquele ano pelo valor da folha anual de salários dos servidores ativos, projetada para o mesmo ano.

O Saldo Final a cada ano equivale ao Saldo Inicial do mesmo ano, subtraído do pagamento para aquele mesmo ano. O Saldo Inicial do segundo ano em diante, equivale ao saldo inicial do ano anterior, multiplicado por $1 + i$, onde i representa a taxa de juros utilizada no estudo.

7. PARÂMETROS DE SEGREGAÇÃO DE MASSAS

A Lei Estadual nº 9.939 de 27/12/2012, que alterou a lei nº 7.517/2003, segmenta a massa de servidores em 2 grupos, a saber:

- **Fundo Previdenciário Capitalizado:** Fica criado o Fundo Previdenciário Capitalizado, de natureza contábil e caráter temporário para custear as despesas previdenciárias relativas aos segurados admitidos a partir da data da publicação da Lei Estadual nº 9.939/2012; e
- **Fundo Previdenciário Financeiro:** Fica criado o Fundo Previdenciário Financeiro, de natureza contábil e caráter temporário para custear as despesas previdenciárias relativas aos segurados admitidos até a data da publicação da Lei Estadual nº 9.939/2012.



8. Fundo de Custeio do Sistema de Proteção Social dos Militares - SPSM/PB

A Lei nº 11.812/2020 cria o Fundo de Custeio do Sistema de Proteção Social dos Militares do Estado da Paraíba e altera as normas sobre pensões militares.

Criado pela Lei Estadual nº 11.812/2020, tem por finalidade exclusiva custear os benefícios de inatividade e pensão por morte dos militares do Estado da Paraíba e dos seus respectivos dependentes.

As receitas do SPSM/PB são constituídas apenas por contribuições incidentes sobre as remunerações dos militares estaduais ativos e inativos e dos pensionistas de militares estaduais, observado quanto ao percentual da alíquota aplicável o disposto no art. 24-C do Decreto-Lei nº 667/1969, com a redação dada pela Lei nº 13.954/2019, competindo ao Estado da Paraíba a cobertura de eventuais insuficiências financeiras decorrentes do pagamento das pensões militares e da remuneração da inatividade, não tendo a cobertura das eventuais insuficiências de natureza contributiva. No entanto, tais pagamentos serão gerenciados pela PBPREV.

Desta forma, por conta da reestruturação das pensões militares, transferindo a responsabilidade financeira dessas para o Tesouro Estadual, deixando apenas a gestão de pagamentos para a PBPREV, serão apresentados as características e os Resultados Atuariais separados dos servidores civis e considerados como benefícios de Responsabilidade Financeira do Tesouro, que não se caracterizam como Segregação da Massa.

9. EXPRESSÕES DE CÁLCULO DA CONSTRUÇÃO DA TÁBUA DE SERVIÇOS

Tabela 7 - Expressões de cálculo da Tábua de Serviços

SIMBOLOGIA	EXPRESSÃO
$q_x^{(m)}$	$q_x^{(m)} = q_x * [(1 - 0,5 * i_x) + (1 - 0,5 * w_x)]$
i'_x	$i'_x = i_x * [(1 - 0,5 * q_x) + (1 - 0,5 * w_x)]$
w'_x	$w'_x = w_x * [(1 - 0,5 * q_x) + (1 - 0,5 * i_x)]$
$q_x^{(t)}$	$q_x^{(t)} = q_x^{(m)} + i'_x + w'_x$
$l_{x+1}^{(t)}$	$l_{x+1}^{(t)} = l_x^{(t)} \times (1 - q_x^{(t)})$
v	$v = \frac{1}{1 + \text{juros}}$
v'	$v' = \frac{1}{1 + i'}$
D_x	$D_x = l_x \times v^x$



Tabela 7 - Expressões de cálculo da Tábua de Serviços

SIMBOLOGIA	EXPRESSÃO
N_x	$N_x = \sum_{h=0}^{\omega-x} D_{x+h}$
$D_x^{(t)}$	$D_x^{(t)} = l_x^{(t)} \times v^x$
$N_x^{(t)}$	$N_x^{(t)} = \sum_{h=0}^{\omega-x} D_{x+h}^{(t)}$
$D_x^{(t)'}$	$D_x^{(t)'} = l_x^{(t)} \times v^{x'}$
$N_x^{(t)'}$	$N_x^{(t)'} = \sum_{h=0}^{\omega-x} D_{x+h}^{(t)'}$
D_x^i	$D_x^i = l_x^i \times v^x$
N_x^i	$N_x^i = \sum_{h=0}^{\omega-x} D_{x+h}^i$
a_x	$a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x}$
$\underline{n}a_x$	$\underline{n}a_x = \frac{N_{x+n+1}}{D_x}$
a_x^i	$a_x^i = \frac{N_{x+1}^i}{D_x^i}$
${}_s a_{x:r-x }^{(t)'}$	${}_s a_{x:r-x }^{(t)'} = \frac{N_{r+1}^{(t)'} - N_{x+1}^{(t)'}}{D_x^{(t)'}}$
$\overline{a}_{n i}$	$\overline{a}_{n i} = \frac{1 - v^n}{i}$
FDB	$FDB = \frac{f}{12} * \frac{1 - \frac{1}{(1 + INF)^{\frac{1}{f}}}}{1 - \frac{1}{(1 + INF)^{\frac{1}{12}}}}$
FDS	$FCS = FCB$
f	Frequência de reajuste do valor do benefício ao ano
i'	$i' = \frac{(1 + i)}{(1 + cs)} - 1$



10. GLOSSÁRIO E SIMBOLOGIAS

Tabela 8 - Lista de Simbologias

SIMBOLOGIA	DESCRIÇÃO
$PMBaC$	Provisões Matemáticas de Benefícios a conceder
$VPCF$	Valor Presente das Contribuições Futuras
$VPBF$	Valor Presente dos Benefícios Futuros
$VPSF$	Valor Presente dos Salários Futuros
$iCN_{\$}$	Custo Normal, em valores, para o benefício a conceder de aposentadoria por invalidez
$iCN_{\%}$	Custo Normal, em percentual, para o benefício a conceder de aposentadoria por invalidez
$T_{CN_{\%}}$	Custo Normal Total líquido, em valores.
$T_{CN_{\$}}$	Custo Normal Total líquido, em percentual.
$rCN_{\%}$	Custo Normal, em percentual, para o benefício a conceder de aposentadoria de válidos
$rCN_{\$}$	Custo Normal, em valores, para o benefício a conceder de aposentadoria de válidos
$iCN_{\%}$	Custo Normal, em percentual, para o benefício a conceder de aposentadoria de inválidos
$iCN_{\$}$	Custo Normal, em valores, para o benefício a conceder de aposentadoria de inválidos
$pCN_{\%}$	Custo Normal, em percentual, para o benefício a conceder de pensão por morte de servidor em atividade
$pCN_{\$}$	Custo Normal, em valores, para o benefício a conceder de pensão por morte de servidor em atividade
$Rec. COMPREV$	Receita de Compensação referente ao exercício anterior ao da realização desta avaliação atuarial
$Folha benef$	Valor da folha de proventos de aposentadoria e pensão referente ao exercício anterior ao da realização da avaliação atuarial
$rVPBF_{x(t)}$	Valor Presente dos Benefícios Futuros referente às aposentadorias programadas futuras do servidor "t"
$Ben. Med. RGPS$	Valor médio per capita dos benefícios pagos pelo Regime Geral de Previdência Social
Sal_t	Salário Mensal do servidor "t"
T_{CRGPS}_t	Tempo de contribuição do servidor "t" ao Regime Geral de Previdência Social
T_{CRPPS}_t	Tempo de contribuição do servidor "t" ao Regime Próprio de Previdência Social – RPPS do ente federativo
PAI	Passivo Atuarial Infundado
Sal_{total}	Salário total dos servidores
Sal_x	Salário de um servidor com idade atual x
S_y	Salário na idade de admissão y
B_r	Valor do benefício projetado para a idade de aposentadoria
B_i	Valor do benefício projetado para a idade de aposentadoria por invalidez
B_p	Valor do benefício projetado para a idade de pensão por morte de servidor em atividade
B_x	Valor do benefício projetado para a idade atual do servidor
cs	Taxa Real do crescimento da remuneração ao longo da carreira
cb	Taxa Real do crescimento do benefício



Tabela 8 - Lista de Simbologias

SIMBOLOGIA	DESCRIÇÃO
r	idade estimada de entrada em aposentadoria programada
x	Idade atual do servidor, aposentado ou pensionista atual.
n	Quantidade de servidores expostos ao risco
y	Idade de admissão como efetivo
z	Idade do filho válido mais novo
k	Diferença etária entre o servidor e seu cônjuge
ω	Última idade da tábua em uso
${}_{r-y}p_y^{(t)}$	Probabilidade de um indivíduo admitido com idade y chegar vivo e ativo na idade de aposentadoria r , em um ambiente multidecremental.
${}_{r-x}p_x^{(t)}$	Probabilidade de um indivíduo admitido com idade x chegar vivo e ativo na idade de aposentadoria r , em um ambiente multidecremental.
${}_tp_x^i$	Probabilidade de um indivíduo inválido com idade x chegar vivo no tempo em $x + t$
${}_tp_{x-k}$	Probabilidade de um indivíduo com idade $x - k$ chegar vivo no tempo em $x - k + t$
v^{r-y}	Fator de desconto financeiro da idade y até a idade de aposentadoria r
v^{r-x}	Fator de desconto financeiro da idade x até a idade de aposentadoria r
v^t	Fator de desconto financeiro no tempo t .
π	Probabilidade de a pensão ser concedida a esse grupo familiar considerado.
q_x^i	Probabilidade de um servidor inválido de idade x falecer antes de atingir a idade $x + 1$.
$q_x^{(m)}$	Probabilidade de um servidor ativo de idade x falecer antes de atingir a idade $x + 1$, em um ambiente multidecremental.
$q_x^{(t)}$	Probabilidade de um servidor de idade x se desligar do grupo de servidores ativos em virtude de morte em atividade, exoneração, invalidez ou aposentadoria
q_x	Probabilidade de um servidor ativo de idade x falecer em antes de atingir a idade $x + 1$
w_x	probabilidade de um servidor ativo de idade x se exonerar antes de atingir a idade $x + 1$
i_x	Probabilidade de um servidor ativo de idade x se invalidar antes de atingir a idade $x + 1$
r_x	Probabilidade de um servidor ativo de idade x se aposentar antes de atingir a idade $x + 1$
w'_x	Probabilidade de um servidor ativo de idade x ser exonerado antes de atingir a idade $x + 1$, em um ambiente multidecremental
i'_x	Probabilidade de um servidor ativo de idade x se invalidar antes de atingir a idade $x + 1$, em um ambiente multidecremental
r'_x	Probabilidade de um servidor ativo de idade x se aposentar antes de atingir a idade $x + 1$, em um ambiente multidecremental



11. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AITKEN, William H. (1996)** *"A Problem-Solving Approach to Pension Funding and Valuation" Second Edition*
- BOOTH, Philip, CHADBURN, Robert, HABERMAN, Steven, JAMES, Dewi, KHORASANEE, Zaki, PLUMB, Robert H. and RICKAYZEN, Ben (2005)** *"Modern Actuarial Theory and Practice" Second Edition* – Chapman & Hall / CRC.
- BOWERS, Newton L. , GERBER, Hans U. , HICKMAN, James C. , SONES, Donald A. and NESBIT, Cecil J. (1986)** *"Actuarial Mathematics"*, First Edition, published by SOA – Society of Actuaries, 1986.
- FERREIRA, Weber J. (1985)** *"Coleção introdução à Ciência Atuarial"*, Rio de Janeiro, IRB, 1985, 4v.
- IYER, Subramaniam (1999)** *"Actuarial Mathematics of Social Security Pensions"* – International Labour Office (December 1, 1999).
- SCOTT, Elaine A. (1989)** *"Simple Defined Benefit Plans: Methods of Actuarial Funding"*
- SPIEGEL, Murray R., SCHILLER, John J. e SRINIVASAN, R. Alu. (2004)** *"Teoria e problemas de probabilidade e estatística" 2ª edição* – (Coleção Schaum)
- WINKLEVOSS, Howard E. (1993)** *"Pension mathematics with numerical illustrations" Second edition. Pension Research Council of the Wharton School of the University of Pennsylvania.*

